III - ÂNGULOS

Carlos Augusto Uchôa da Silva

A medição de ângulos não é um assunto “novo”. Há muito tempo, o homem começou a se preocupar com isso e tentar se orientar por meio de métodos bastante rudimentares. A história mostra que por volta do ano 4000 a.C., egípcios e árabes, quando da tentativa de elaborar um calendário, perceberam que “o Sol girava em torno da Terra”.

Ainda segundo eles, o Sol percorria uma parte da órbita a cada dia; então, um arco de circunferência de sua órbita era igual a um dia. A este arco fez-se corresponder um ângulo cujo vértice era o centro da Terra e cujos lados passavam pelas extremidades de tal arco. Assim, esse ângulo passou a ser uma unidade de medida e foi chamado de grau ou ângulo de um grau.

Os babilônios já empregavam por volta do ano 1700 a.C. sistemas decimais e frações sexagesimais. O sistema de frações sexagesimais foi transferido à Grécia e depois para o restante da Europa. Como se pode perceber, o hábito de dizer que o arco de circunferência mede um grau quando corresponde a 1/360 dessa circunferência é uma tradição muito antiga e permanece até hoje, ainda que se saiba que a Terra gira em torno do Sol e não vice-versa, como acreditavam.

Há diversas unidades nas quais se pode expressar um ângulo, tais como grado e radiano, entretanto, o grau, apesar de ser uma unidade sexadecimal, ainda é a unidade mais utilizada no Brasil. A necessidade de atender aos objetivos da Planimetria e da Altimetria torna necessário efetuarem-se medições angulares nos planos horizontal e vertical. Assim, surgem as definições de **ângulos horizontais e verticais ,** respectivamente.

Com o teodolito medem-se tanto os ângulos horizontais quanto os verticais. Atualmente é comum que teodolitos e estações totais com eletrônica cada vez mais sofisticada possibilitem ao operador optar por qual tipo de ângulo vertical deva ser utilizado durante uma determinada medição e se a direção positiva do ângulo horizontal é horário ou anti-horário.

Existem atualmente instrumentos com diversas precisões diferentes que variam entre $0{,}5'', 1'', 3'', 5'', 10''$ e $20''$, apesar de a leitura mínima também chamada de resolução angular ser via de regra igual a $1''$.

3.1 - Ângulos horizontais

A partir de dois alinhamentos definem-se dois planos verticais, que passam pelas extremidades desses alinhamentos. Um ângulo horizontal é um ângulo diedro entre esses dois planos verticais. Convencionalmente, o sentido horário é adotado como positivo. Existem diversas maneiras de medir ângulos horizontais, cada uma delas com aplicações e precisões finais diferentes.

Há diversos métodos para medir ângulos horizontais; dentre eles pode-se citar: simples, duplo, medidas compensadas e repetição.

A medida simples de um ângulo implica somente a execução de duas leituras no círculo graduado. Assim, para determinar o ângulo horizontal $P\hat{S}Q$ (Figura 3.1), será suficiente estacionar o teodolito em *S*, apontar para o ponto *P*, anotar a leitura (Lp) na caderneta de campo, apontar para *Q*, anotar a leitura (Lq) e, finalmente, calcular o ângulo pela diferença de leituras:

$$\alpha = L_q - L_p$$

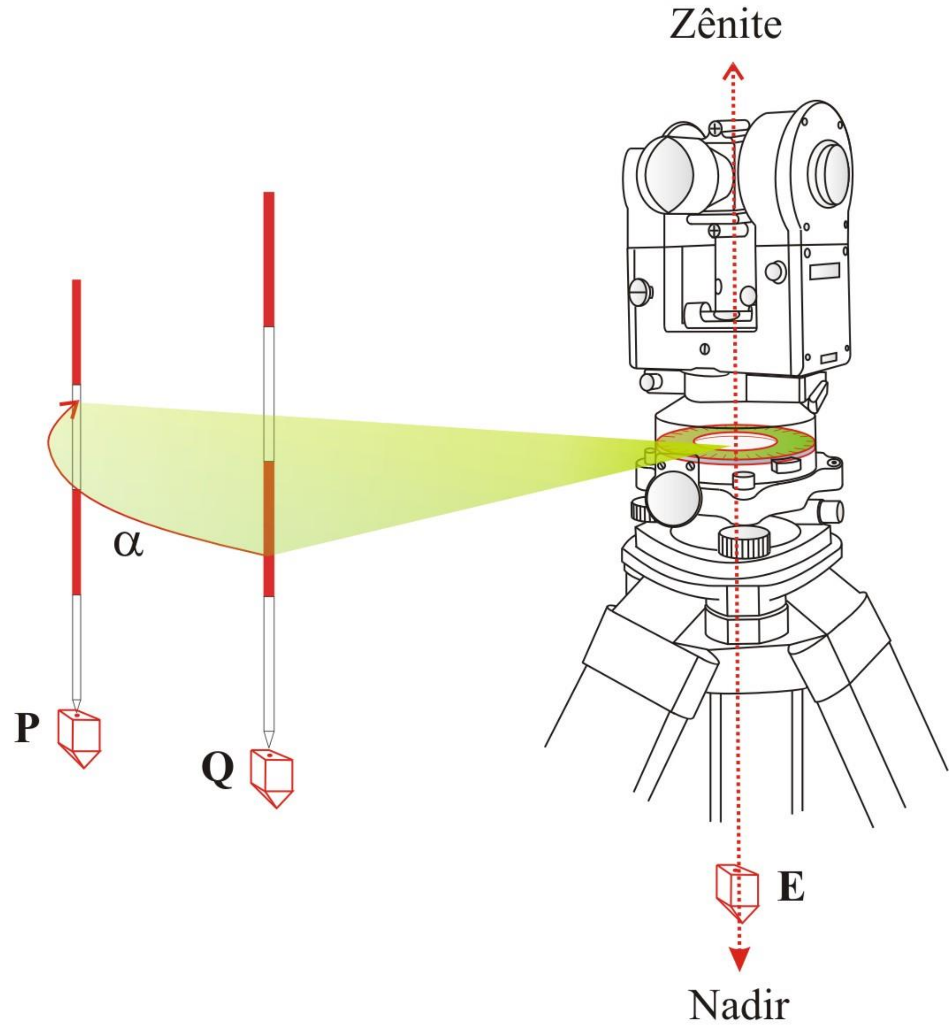


Figura 3.1 – Representação esquemática da definição de ângulos horizontais

É importante salientar que, no momento das leituras, o zero do círculo graduado pode encontrar-se em qualquer posição (Figura 3.2). Entretanto, alguns profissionais têm o hábito de zerar a leitura no primeiro ponto, de maneira que a segunda leitura corresponda diretamente ao ângulo. Porém, este método se aplica apenas em levantamentos expeditos que não requeiram grande precisão e que não se preocupem com os erros instrumentais.

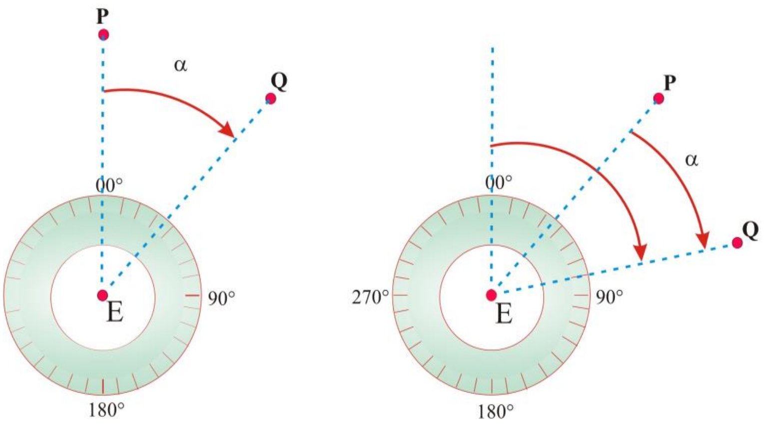


Figura 3.2 – Leituras com o círculo horizontal zerado e em uma posição qualquer

Exemplificando:7

Com acerto do zero em P:

L_P = 00º 00’ 00”
L_Q = 35º 20’ 10”
$\alpha = L_Q - L_P$ = 35º 20’ 10”

Em qualquer parte do limbo:

L_P = 40º 10’ 00”
L_Q = 75º 30’ 10”
$\alpha = L_Q - L_P$ = 35º 20’ 10”

A medição simples de ângulos apresenta como problema a incerteza de ter efetuado corretamente as leituras e/ou as anotações, pois um erro grosseiro não poderia ser detectado. Para contornar essa situação, pode-se efetuar uma medida dupla do ângulo (Figura 3.3). O método consiste em efetuar duas leituras nos mesmos alinhamentos, de acordo com a seqüência:

- zerar a leitura angular e apontar para P ;
- com a alidade solta e o limbo fixo à base, visar Q e anotar a leitura;
- fixar o limbo à alidade e girar o aparelho até visar novamente P (a leitura permanecerá constante);
- soltar a alidade e o limbo (que ficará fixo à base) e apontar para Q ;
- a leitura em Q corresponde a duas vezes o ângulo α .

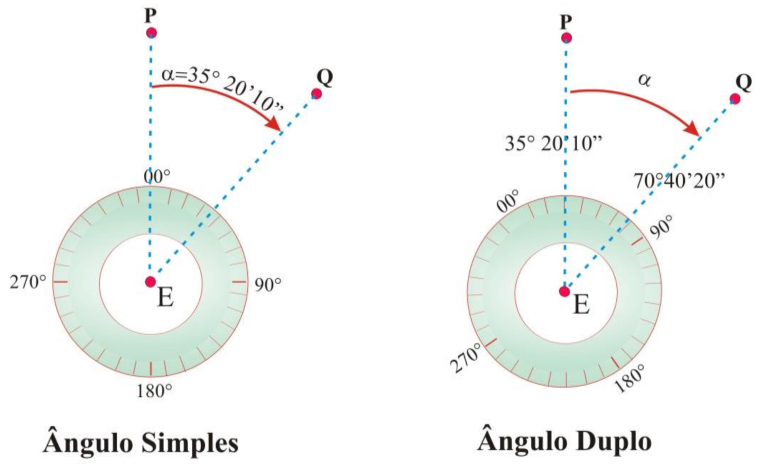


Figura 3.3 - Leituras feitas por medição simples e medição dupla, respectivamente

Exemplificando:

Ângulo simples:	Ângulo duplo:
L_{P1} = 00º 00’ 00”	L_{P2} = 35º 20’ 10”
L_{Q1} = 35º 20’ 10”	L_{Q2} = 70º 40’ 20”
$\alpha = L_Q - L_P$ = 35º 20’ 10”	$\alpha = L_{Q2}/2$= 35º 20’ 10”

Note-se que esse procedimento de medição angular só é possível em determinados tipos de instrumentos; usualmente os modernos teodolitos eletrônicos e estações totais não mais possibilitam o controle sobre o movimento geral do instrumento, o que inviabiliza esse procedimento.

Devido a erros do operador e/ou instrumento, geralmente a 2ª leitura não é exatamente o dobro da 1ª. Quando o ângulo α for maior do que $180°$, sua medida deverá ser: $\frac{L_{q2}}{2} + 180°$. Em muitos equipamentos eletrônicos não é mais possível fazer esse tipo de medição em função da ausência de controle pelo usuário sobre o movimento geral do instrumento. Assim, utiliza-se como alternativa o método das direções, o qual foi desenvolvido em função da ocorrência de erros instrumentais que afetam as leituras e conseqüentemente a determinação dos ângulos; isto exigiu o desenvolvimento de um método que permitisse minimizar as influências da excentricidade do círculo graduado, colimação e inclinação do eixo secundário, embora tal método não elimine os erros propriamente ditos.

Também conhecido como método de Medidas Compensadas ou, ainda Método de Bessel, ele preconiza que sejam realizadas leituras angulares em duas partes opostas do círculo graduado, denominando-as Posição Direta (PD) e Posição Inversa (PI); maiores detalhes podem ser obtidos na NBR 13.133 (Figura 3.4).

O reconhecimento em qual posição está o instrumento é bastante simples e basta observar que o teodolito ou a estação total está em PD, quando seu círculo vertical se encontra à esquerda do operador, e em PI, quando o círculo vertical está à direita do operador. Para passar da PD para a PI, é necessário girar $180°$ a alidade e virar a luneta. Assim, efetuam-se quatro leituras, duas em cada posição. O ângulo é obtido a partir da seguinte formulação:

$$\alpha = L_Q^D - L_P^D \text{ (Posição Direta)}$$

$$\alpha = L_Q^I - L_P^I \text{ (Posição Inversa)}$$

Somando-se membro a membro e reagrupando-se: $$\alpha = \frac{\left(L_Q^D + L_Q^I\right) - \left(L_P^D + L_P^I\right)}{2}$$

Exemplificando:

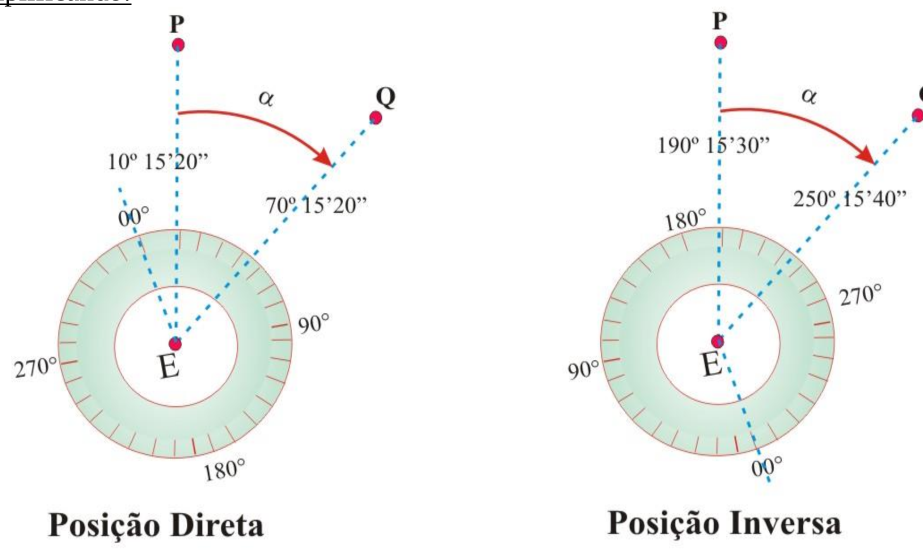


Figura 3.4 – Método das direções com pares de leituras feitas em posições direta e inversa

$$
\begin{array}{ll}
L_P = 10°15'20'' & \mathrm{L_Q} = 70°15'20'' \\
\underline{L_P = 190°15'30''} & \underline{\mathrm{L_Q} = 250°15'40''} \\
\quad 200°30'50'' & \quad 320°31'00''
\end{array}
$$

$$\alpha = \frac{320°31'00'' - 200°30'50''}{2} \Rightarrow \alpha = 60°00'05''$$

O método de repetição responde à mesma seqüência de operações que a medida dupla, porém, ao invés de dois, são realizados n apontamentos.

Assim, para determinar o ângulo, procede-se da seguinte maneira:

$$\alpha = \frac{\left(L_Q^1 - L_P^1\right) + \left(L_Q^2 - L_P^2\right) + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + \left(L_Q^n - L_P^n\right)}{n} \Rightarrow \alpha = \frac{\sum_1^n \left(L_Q^n - L_P^n\right)}{n}$$

Devido à utilização neste método de diferentes partes do círculo graduado na determinação do ângulo, torna-se possível minimizar as influências dos erros de graduação do círculo horizontal.

3.2 - Rumo e Azimute

A medição de ângulos nos levantamentos topográficos é fundamental, por meio dela é possível determinar as formas das áreas levantadas e verificar se as medições estão dentro dos padrões de tolerância exigidos por norma ou especificados pelo contratante para as diferentes atividades. Mesmo para leigos em mensuração, quando se fala em “estar sem rumo”, entende-se como falta de orientação, sem direção conhecida. A definição de rumo e azimute vem preencher essa lacuna.

Em termos matemáticos, a medição de ângulos e distâncias permite, em princípio, obter os posicionamentos relativos de pontos segundo um sistema de referência, somente atribuindo ou determinando a coordenada inicial para o ponto de saída. Porém, a Topografia, que se preocupa com as questões métricas, tem também por objetivo posicionar geograficamente a área levantada.

Ao falar de posicionamento geográfico, o primeiro conceito que surge é o de NORTE. Apesar de existirem diversos tipos de norte, três deles - o Norte Magnético, o Norte Geográfico e o Norte da Quadrícula - serão mais explorados. Inicialmente serão estudados os conceitos de Norte Magnético e Geográfico, que estão relacionados respectivamente aos pólos magnéticos e geográficos do planeta. Entendam-se Norte Geográfico e Norte Verdadeiro como sinônimos.

O Norte da quadrícula será abordado no capítulo referente ao desenho topográfico, pois está relacionado com a planificação do levantamento topográfico.

Desde a época dos primeiros navegadores, o homem utiliza o campo magnético da Terra para se orientar. A bússola é um instrumento de orientação que desde a Antigüidade auxilia o homem na tarefa de se posicionar. É composta basicamente de uma agulha imantada, cujas pontas indicam a direção do meridiano magnético que passa por sua posição, ou seja, as extremidades da agulha apontam para o Norte e o Sul magnéticos e não para os pólos geográficos.

As posições dos pólos magnéticos terrestres, diferentes dos pólos geográficos, estão em constante mudança, variando temporalmente em função do local. No Brasil, cabe ao Observatório Nacional a avaliação periódica para que sejam confeccionadas as Cartas Magnéticas, que são atualizadas a cada cinco anos.

Segundo BARRETO (2000), “a oscilação nas cargas magnéticas é provocada pelos metais pesados (níquel e ferro) presentes no núcleo do planeta. Girando junto com a Terra, eles atuam como gigantescos imãs influenciados pela atividade solar e pelo movimento das massas fluidas internas”.

No Brasil, pode-se verificar que as oscilações magnéticas do campo produzem alterações nas cartas. Em 1890, o Equador magnético, que se move constantemente, atravessava o Brasil na cidade de Caravelas, no litoral sul da Bahia. Em 2000, ele passava próximo da cidade de São Luís-MA.

3.2.1- Azimute

Os azimutes recebem a denominação de magnéticos ou geográficos de acordo com o pólo a partir do qual são medidos. O Azimute de um alinhamento é o ângulo horizontal formado entre ele e a direção do Norte, medido a partir do Norte em sentido horário. Assim, o Azimute varia de $0°$ a $360°$. Caso seja medido a partir da direção do Norte Magnético, ele será um Azimute Magnético mas, e se a referência for Norte Geográfico ele será um Azimute Geográfico ou Azimute Verdadeiro.

Para posicionar uma figura plana em relação ao Norte Magnético (Figura 3.5), basta determinar um ângulo que qualquer um de seus lados forma com a direção do Norte Magnético, o que pode ser conseguido facilmente utilizando um instrumento dotado de bússola (declinatória).

A determinação da direção do Norte Geográfico, que é fixo, não é tão direta quanto a do Magnético, necessitando de equipamentos específicos como o giroscópio, freqüentemente utilizado em topografia subterrânea, GPS ou ainda por meio do uso de observações astronômicas, ou seja, sem equipamentos e/ou técnicas específicas é impossível determinar a direção exata do Norte Geográfico e, por esse motivo, muitos levantamentos ainda hoje têm como ponto de partida a direção do Norte Magnético. O que ainda deve persistir por algum tempo.

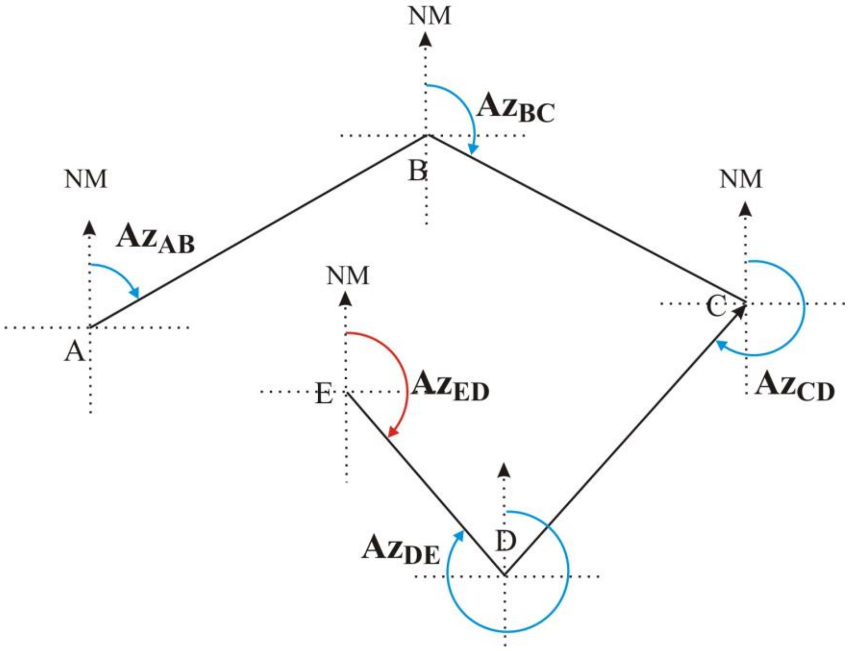


Figura 3.5 – Levantamento planimétrico com indicação de Azimutes Magnéticos

Nesta abordagem serão considerados apenas os azimutes planos, ou seja, serão desconsideradas a curvatura da Terra e todas as suas influências no seu azimute. Além disso, o azimute de um alinhamento depende do sentido. O Cálculo do Azimute no sentido contrário ou Contra-Azimute é feito obedecendo a seguinte relação: Se $Az < 180°$, então o Contra-Azimute será $Az + 180°$. Se $Az > 180°$, então o Contra-Azimute será $Az - 180°$. Na figura 3.5, o Az_{ED}, desenhado em vermelho, é o Contra-Azimute do Az_{DE}.

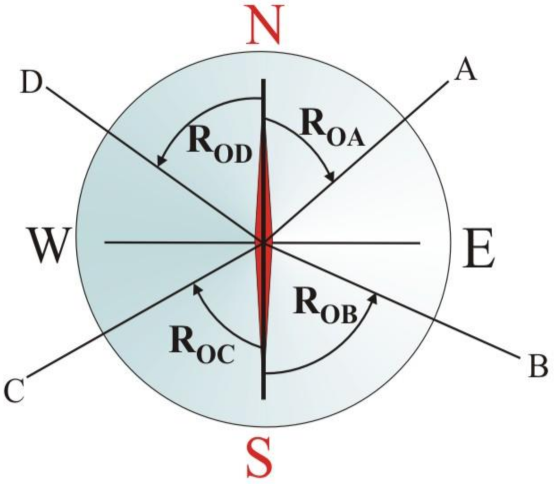
<u>Exemplificando:</u>

$$Az_{DE} \neq Az_{ED}$$
$$Az_{DE} = 315°00'00''$$
$$Az_{ED} = Az_{DE} - 180° \quad \Rightarrow \quad Az_{ED} = 135°00'00''$$

3.2.2- Rumo

Para fornecer orientação aos alinhamentos de um levantamento topográfico, também podem ser utilizados, além dos Azimutes, os Rumos.

O Rumo de um alinhamento é o ângulo horizontal formado entre a direção do alinhamento e as direções Norte ou Sul, no sentido horário ou anti-horário, variando de $0°$ a $90°$, que SEMPRE necessita da indicação do quadrante no qual se situa o alinhamento. Isto se deve ao fato de que uma mesma grandeza angular pode se repetir em todos os quadrantes. Pode-se ver um exemplo na figura 3.6.



$$R_{AB} = 75°30'40''NE$$
$$R_{BC} = 70°20'20''SE$$
$$R_{CD} = 36°40'00''SW$$
$$R_{DE} = 45°00'10''NW$$
$$R_{ED} = 45°00'10''SE$$

Figura 3.6 – Representação do sentido de medição dos Rumos, com indicação de alinhamentos em diferentes quadrantes

Há de se notar que os quadrantes do círculo topográfico não coincidem com os quadrantes do círculo trigonométrico. A Figura 3.7 representa um exemplo de um levantamento topográfico planimétrico, onde os Rumos foram utilizados como orientação para a planificação dos alinhamentos.

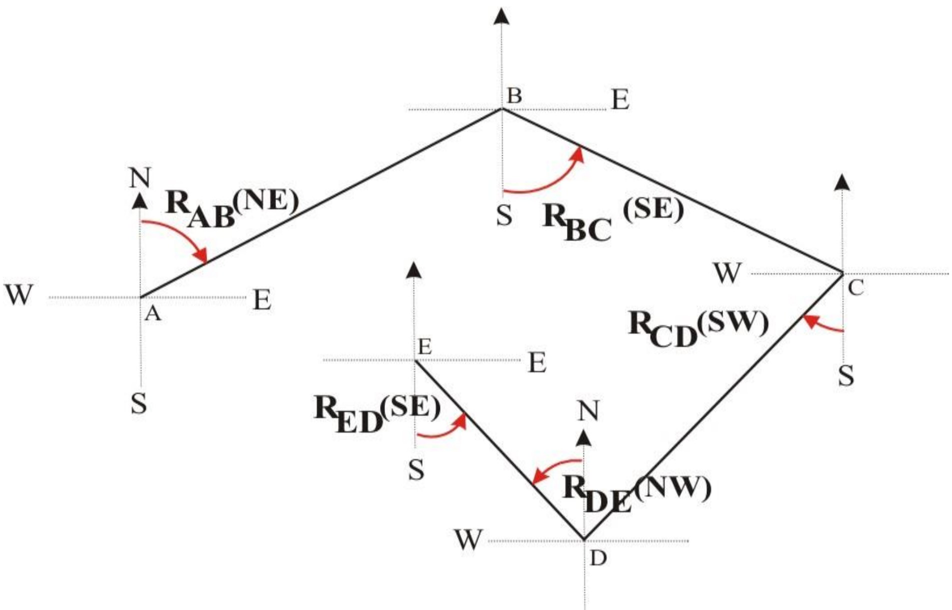


Figura 3.7 – Levantamento planimétrico onde estão indicados os Rumos dos Alinhamentos

- ✓ **Observações:** A Figura 3.7 deixa bem evidente que, em função de propriedades geométricas, os Rumos de um alinhamento de ida ou de volta têm o mesmo módulo e orientações em quadrantes opostos. Assim, $|R_{DE}| = |R_{ED}|$, mas os seus quadrantes são opostos, respectivamente, NW e SE.

3.2.2.1 Aviventação de Rumos

Em várias situações é necessário realizar a aviventação de Rumos, dentre as quais podemos citar:
realizar um novo levantamento tomando como ponto de partida um ponto cujas coordenadas tenham sido obtidas a partir de um levantamento cuja orientação foi o Norte Magnético terrestre;
materializar no campo um determinado ponto a partir de um antigo levantamento topográfico cuja orientação foi o Norte Magnético terrestre;
desenhar em uma planta pontos levantados com ângulos magnéticos em épocas distintas e outros.

A posição dos pólos magnéticos da Terra é variável. Assim, para orientar-se a partir de uma posição variável, é necessário que se conheça essa variação no tempo, a fim de se possa corrigir os deslocamentos angulares em relação a uma determinada época. Este processo é conhecido como Aviventação de Rumos.

Em levantamentos onde não se dispunha de nenhum meio confiável para determinar a direção do Norte Geográfico e se tenha utilizado como orientação a direção do Norte Magnético, é necessário aviventar os Rumos dos alinhamentos depois de passado um período de tempo para que não se incorra em erros grosseiros de posicionamento.

Denomina-se de declinação magnética o ângulo formado entre as direções do Norte Magnético e Norte Geográfico ou Verdadeiro. Como a direção do Norte Magnético sofre mudanças constantes e a direção do Norte Geográfico é fixa, a declinação magnética também varia temporalmente com o local. Convencionalmente, declinação magnética a Oeste é negativa e a Leste é positiva.

A Aviventação de Rumos nada mais é do que aplicar a variação temporal da declinação magnética a todos os alinhamentos de um levantamento, a fim de determinar rumos ou azimutes corrigidos em uma determinada época. Isto é feito com o auxílio da carta magnética do Brasil/Declinação que é produzida e atualizada periodicamente pelo Observatório Nacional (ON).

A carta magnética do Brasil/Declinação 2000,0 possui dois tipos de curvas de interesse para a Topografia, as curvas isogônicas e isopóricas. As curvas, isogônicas são uma representação linear dos pontos no território nacional que possuem a mesma declinação magnética à época da medição. As curvas isopóricas são uma representação linear dos pontos no território nacional que possuem igual variação anual da declinação magnética.

No caso mais geral, para que sejam feitos os cálculos da aviventação, torna-se necessário fazer uma interpolação nas cartas. Este processo depende da qualidade da carta impressa e também da acuidade com que são tomados os pontos para interpolar nas mesmas. Este processo inexato de correção de rumos abre diversas possibilidades para eventuais erros grosseiros. Um fator importante quando do cálculo da variação temporal da declinação magnética é a contagem do tempo. Como não existe o ano zero, a contagem é feita da seguinte forma: primeiro de janeiro de 1985 equivale a 1984,00 anos, ou seja, o ano de 1984 está completo em primeiro de janeiro de 1985. Primeiro de julho de 2001 equivale ao ano de 2000 completo adicionado de seis meses inteiros (metade do ano), ou seja: 2000,50 anos.

Exemplificando:

$R_{AB(1985)} = 49°20'30''(NE)$. É o Rumo Magnético de um determinado alinhamento AB, medido em primeiro de janeiro de 1985, e deseja-se representar o alinhamento AB numa planta elaborada em primeiro de julho de 2001. Sabe-se que a variação anual da declinação magnética local é de $7'30''W$. Qual será o R_{AB} em 01/07/2001?

$01/07/2001 \quad \Rightarrow 2000{,}50$

$01/01/1985 \quad \Rightarrow 1984{,}00$ a diferença em anos entre essas duas datas é de $16{,}50$ anos.

Como a variação anual é de $7'30''W$ multiplicada por $16{,}50$ anos, a variação total nesse período é de $2°03'45''W$. Assim, somando algebricamente a variação da declinação magnética total ao $R_{AB(01/01/1985)}$, teremos:

$$49°20'30''(NE) + 2°03'45''(W) \qquad \Rightarrow R_{AB(01/07/2001)} = 51°24'15''(NE)$$

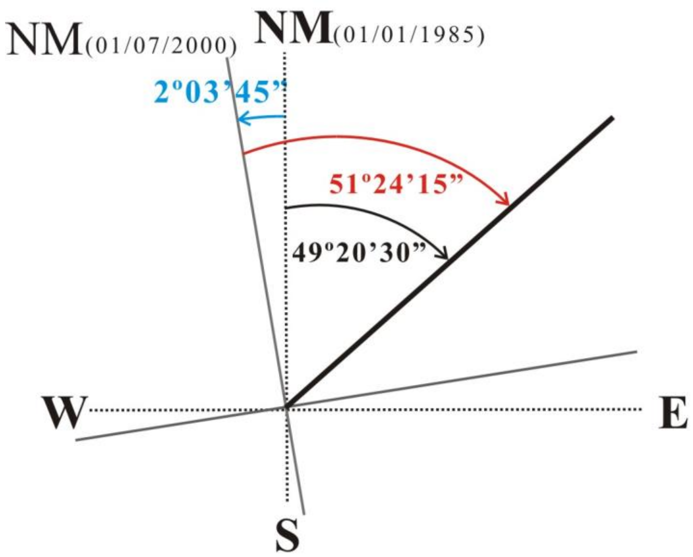


Figura 3.9 – Aviventação de Rumos em função da variação temporal da Declinação Magnética

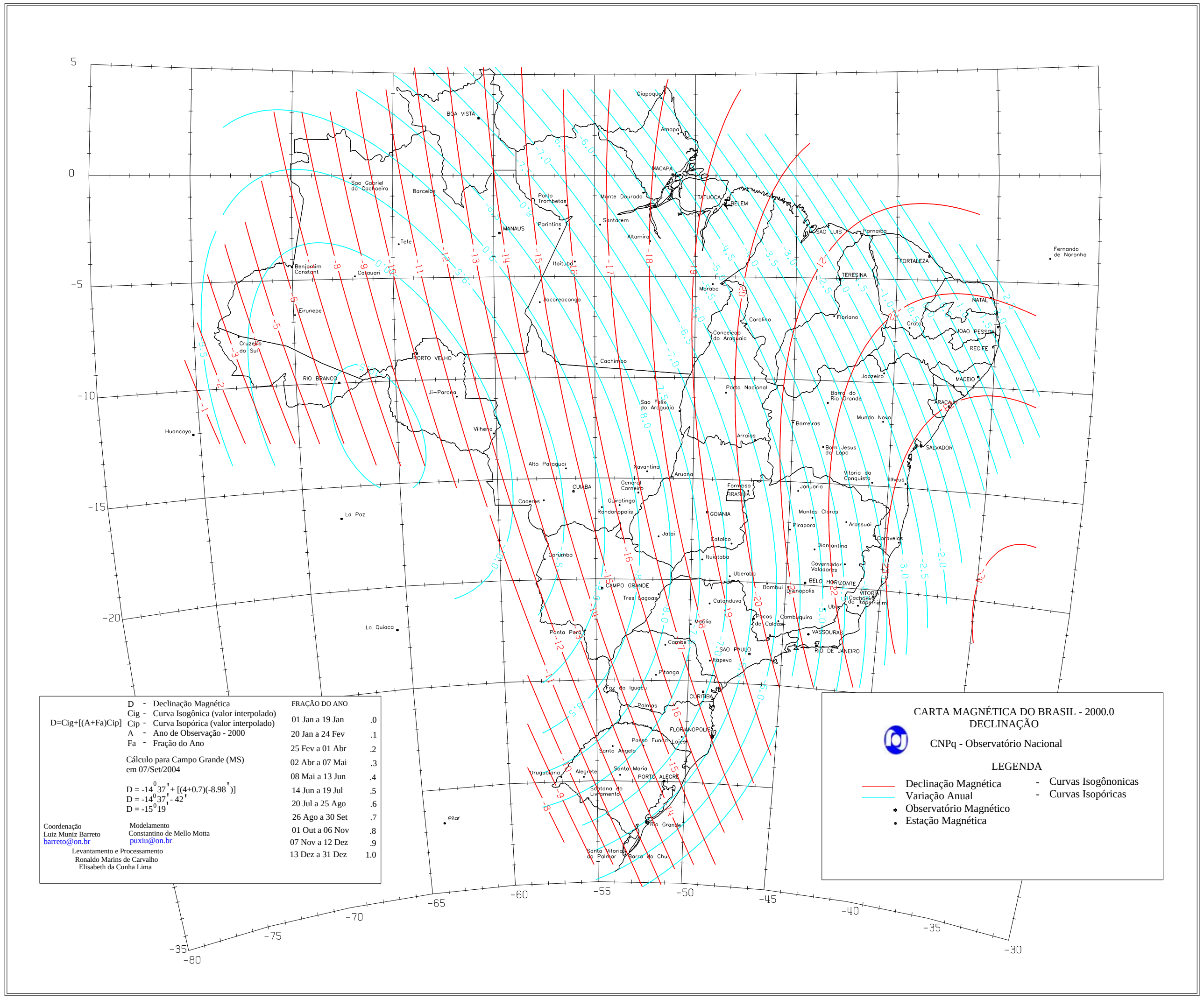


Figura 3.8 – Carta Magnética do Brasil 2000.0/ DECLINAÇÃO – cedida pelo Observatório Nacional. As curvas isogônicas estão desenhadas em vermelho e as curvas isopóricas em azul. Documento foi modelado por Constantino de Mello Motta a partir de dados observados e processados por Ronaldo Marins de Carvalho e Elisabeth da Cunha Lima, sob a coordenação de Luiz Muniz Barreto, e gentilmente cedido pelo Observatório Nacional.

3.2.2.2 Conversão Rumo Magnético ⇔ Rumo Verdadeiro

Como citado anteriormente, a diferença entre as duas direções magnética e geográfica é um ângulo chamado de Declinação Magnética, que pode ser obtido por meio de interpolação na Carta Isogônica publicada pelo ON. Portanto, para converter Rumos Magnéticos em Rumos Geográficos ou Verdadeiros, basta somar algebricamente a Declinação Magnética local atualizada para uma determinada data.

Exemplificando:

Ainda utilizando o exemplo anterior e sabendo que a Declinação Magnética quando da medição em 1985 era de $19°W$, deseja-se determinar qual o rumo geográfico em 01/07/2001.

Considerando do cálculo anterior que a variação total no período da Declinação Magnética foi de $2°03'45''W$, então a Declinação Magnética em 01/07/2000 é de: $19°W + 2°03'45''W = 21°03'45''W$.

Para se converter Rumo Magnético em Rumo Verdadeiro:

$$RV_{PQ} = RM_{PQ} \pm DM \qquad \Rightarrow RV_{PQ} = 51°24'15''(NE) - 21°03'45''W \qquad \Rightarrow RV_{PQ} = 30°20'30''(NE)$$

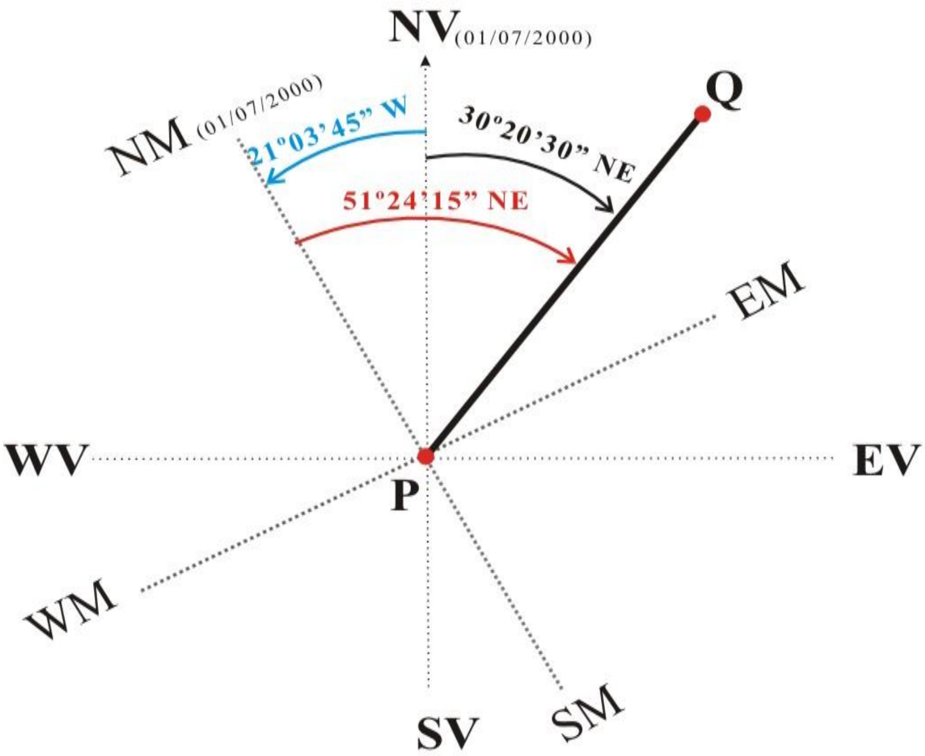


Figura 3.10 – Conversão Rumo/Azimute em função da Declinação Magnética

3.2.3- Relações RUMO / AZIMUTE

As relações matemáticas entre Rumos e Azimutes são facilmente compreendidas por meio de uma análise gráfica, como pode ser visto na Figura 3.11.

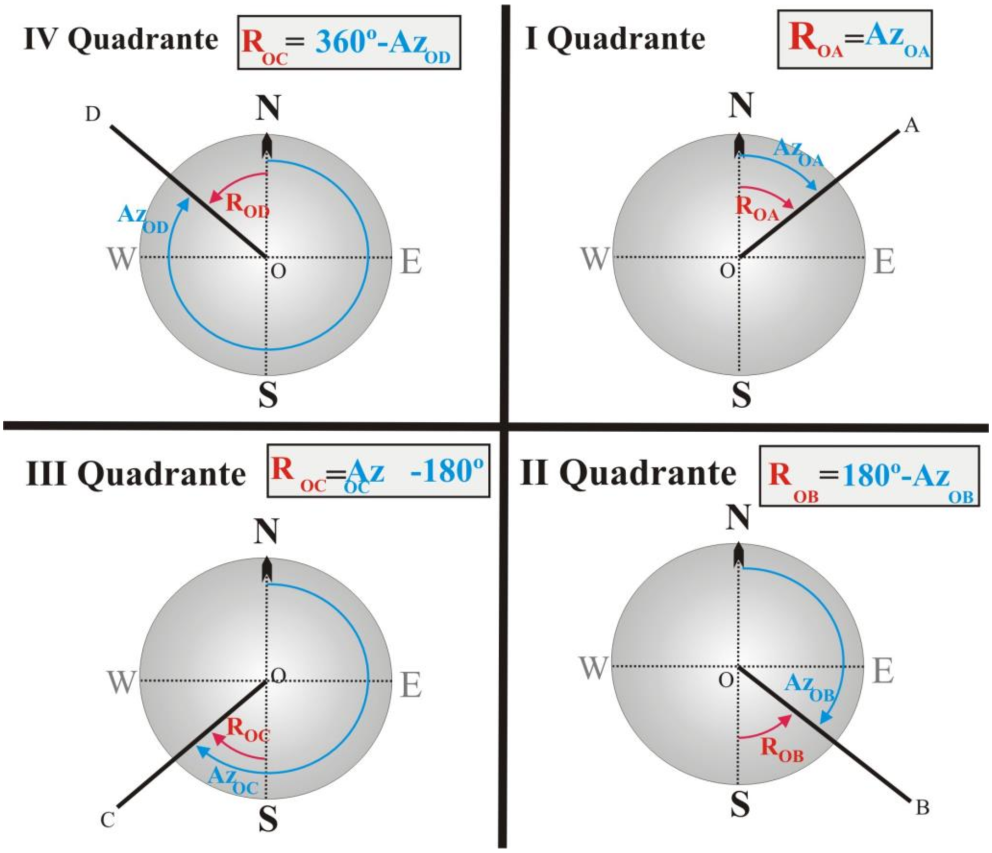


Figura 3.11 –Relação gráfica e matemática entre Rumo e Azimute por quadrantes

No I quadrante (NE), Rumo e Azimute de um alinhamento têm o mesmo módulo, pois têm a mesma origem e sentido;

No II quadrante (SE), Rumo e Azimute de um alinhamento têm origem e sentido opostos e, como são ângulos suplementares, sua soma é de 180º;

No III quadrante (SW), Rumo e Azimute de um alinhamento têm origens opostas e mesmo sentido. Assim, o Azimute é 180º maior que o Rumo;

No IV quadrante (NW), Rumo e Azimute de um alinhamento têm a mesma origem e sentidos opostos. Como são ângulos replementares, sua soma é de 360º.

3.3 - Ângulos Verticais

O círculo graduado do instrumento de medição pode apresentar três posições com origem na contagem de ângulos verticais.

Quando a origem (zero) estiver na posição do zênite, diz-se que o zero é Zenital (Figura 3.12) e o ângulo vertical é denominado de ângulo zenital (z), que é o mais usual nos equipamentos atualmente utilizados no Brasil. Quando a origem estiver na posição horizontal, diz-se que o zero é horizontal e o ângulo vertical é denominado de ângulo de altura (h) ou de elevação, ou ainda de inclinação. Finalmente, se o zero estiver no nadir, diz-se que o zero é nadiral e o ângulo vertical é denominado de ângulo nadiral (η).

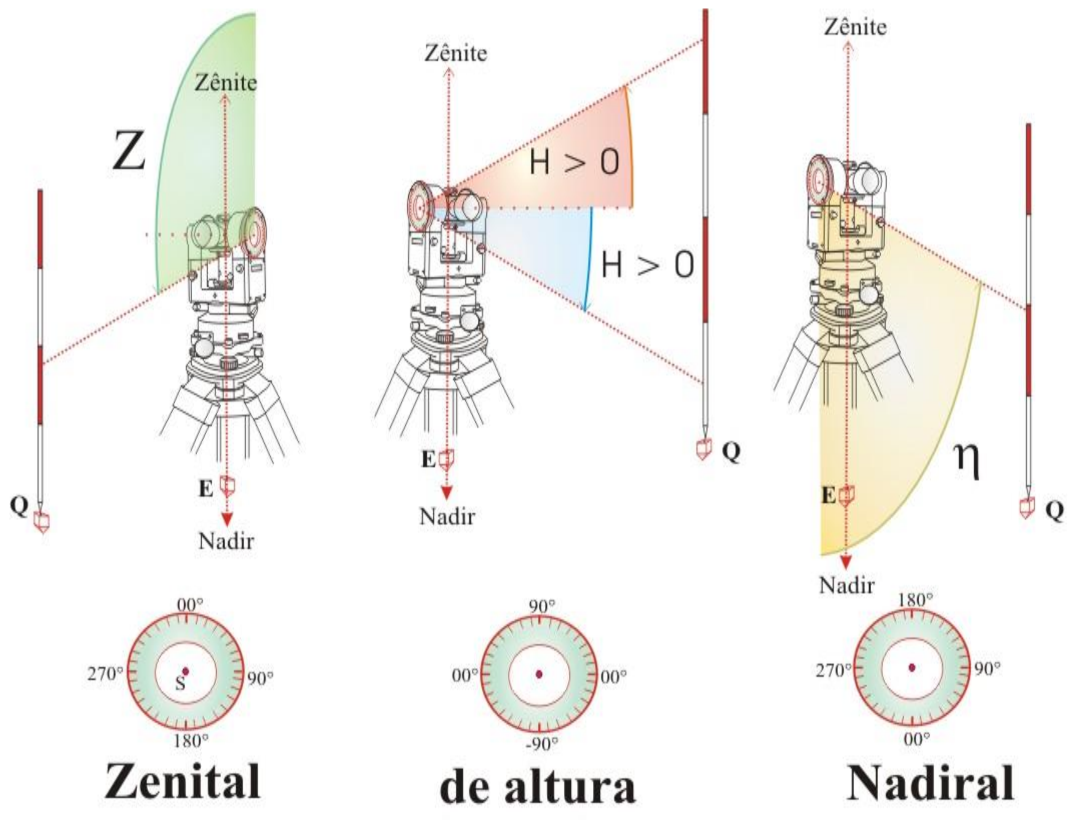


Figura 3.12 – Tipos de ângulos verticais

A simples identificação da posição da origem na medição de ângulos verticais contribui de forma significativa para que se evitem erros grosseiros nas leituras, tal como confundir Z com h, por exemplo.

Se há necessidade da execução de levantamentos de alta precisão angular, recomenda-se que sempre se façam leituras nas posições direta $\left(L_P^D\right)$ e inversa $\left(L_P^I\right)$, para que sejam minimizados os efeitos dos erros instrumentais.

Exemplificando:

Utilizando um instrumento com o zero zenital, pode-se calcular o ângulo zenital a partir de leituras em posição direta e inversa com o seguinte procedimento:

$$Z = \frac{L_P^D - L_P^I + 360°}{2}$$

$$L_P^D = 70°00'00''$$

$$L_P^I = 290°00'10''$$

$$Z = \frac{(70°00'00'' - 290°00'10'' + 360°)}{2} \quad \Rightarrow \quad Z = 69°59'05''$$

Se por necessidade ou comodidade deseja-se trabalhar o ângulo vertical de altura, pode-se calcular h em função de Z e vice-versa de forma direta, já que são ângulos complementares; neste caso:

$$h = 90° - 69°59'05'' \quad \Rightarrow \quad h = 20°00'05''$$

No caso do ponto visado estar abaixo do horizonte do instrumento, h será negativo e pode-se calcular Z como mostrado a seguir:

$$L_P^D = 125°00'10''$$

$$L_P^I = 235°00'00''$$

$$Z = \frac{(125°00'10'' - 235°00'00'') + 360°}{2} \quad \Rightarrow \quad Z = 125°00'05''$$

$$h = 90° - 125°00'05'' \quad \Rightarrow \quad h = -35°00'05''$$

3.4 - Referências Bibliográficas

ABNT - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1994). NBR 13133 – Execução de levantamento topográfico – procedimento. Rio de Janeiro.

BARRETO, L.M. (2000). Cartas Magnéticas. Observatório Nacional. http://www.fubra.com.br/FUBRAcesso/Clipping/FNotClipping22.htm#3. Novembro 2001.

JORDAN, D.W. (1944). Tratado General de Topografia, Tomo I – Planimetria. Editora Gustavo Gili, S.A. Barcelona.

MOFFIT, F.H.; HARRY, B (1975). Surveying, Sixth Edition. Harper & Row, Publishers. New York.

ESPARTEL, L. (1960) Curso de Topografia, 8ª edição. Editora Globo. Rio de Janeiro.

ESPARTEL, L.; LÜDERITZ, J. (1983) Caderneta de Campo, 13ª edição. Editora Globo. Rio de Janeiro.

=======================================