

## X – OS ERROS NA TOPOGRAFIA

**Rodrigo Figueiredo Leandro**

Sempre que se realiza a observação de uma grandeza, seja ela um ângulo ou uma distância, obtém-se um resultado que possui uma imprecisão, inerente ao ato de medir. Esta imprecisão é denominada de “erro de observação”. Pode-se afirmar que toda medida possui um determinado erro, e é preciso utilizar um tratamento adequado para tal durante os processos de cálculo, quaisquer que sejam eles.

Esses erros são provenientes de diversos fatores, tais como a falha humana, imperfeições dos instrumentos e condições meteorológicas sob as quais se realizam as medições, e podem ser classificados em três grupos:

- Erros grosseiros
- Erros sistemáticos
- Erros acidentais

Os *erros grosseiros*, também chamados de faltas, podem ser causados por desatenção do observador ou por mau funcionamento do instrumento de medição. A troca acidental de dígitos durante a leitura e/ou anotação de uma medida é um grande exemplo deste tipo de ocorrência.

Geralmente esse tipo de erro é caracterizado por um valor alto, o que faz com que seja possível, em grande parte dos casos, identificá-lo. Porém, às vezes, é preciso recorrer a testes estatísticos para que se justifique a rejeição de uma observação que possua esse tipo de falha.

De qualquer forma, é necessário que o observador se cerque de todas as precauções possíveis para evitar ao máximo a ocorrência dos erros grosseiros.

Os *erros sistemáticos* são geralmente causados por falta de calibração do instrumento, pela não-utilização ou utilização inadequada dos modelos matemáticos que descrevem as condições físicas sob as quais as observações são realizadas ou ainda devido a alguma falha sistemática do observador (por exemplo, o observador pode ter tendência a fazer leituras angulares com o valor da medida adicionado de alguns segundos, ou vice-versa). Devido à sua natureza, os erros sistemáticos tendem a se acumular com o aumento do número de observações.

Como possuem causas conhecidas, é possível eliminar seus efeitos (por meio de determinadas técnicas de observação) ou determiná-los durante o processamento das informações (mediante a utilização de modelos matemáticos).

Mesmo quando os erros grosseiros foram evitados e os efeitos dos erros sistemáticos foram eliminados ou determinados matematicamente, as medidas observadas contêm ainda discrepâncias em relação ao valor verdadeiro, permanecendo portanto inconsistentes. Essas discrepâncias ocorrem devido aos **erros acidentais**, também chamados de erros aleatórios. Como o próprio nome diz, os erros acidentais ocorrem de maneira aleatória, de forma que é impossível vinculá-los a uma causa específica, impossibilitando a eliminação ou determinação de seus efeitos.

O erro acidental se comporta como uma variável aleatória que possui uma distribuição normal, o que permite-nos dizer que, quanto maior o número de observações efetuadas, maior será a tendência dos erros se anularem.

### ***10.1 - Erro Verdadeiro e Erro Residual***

Como já foi visto, toda observação de uma grandeza contém erros. Existem casos em que não se conhece o valor real da grandeza, sendo possível analisar estes erros apenas em relação a um valor médio, julgado o valor mais confiável. Neste caso chamamos a diferença entre o valor de cada observação e o valor médio de erro residual.

$$\text{Valor Médio} = \text{observação} + \text{erro residual}$$

Quando o valor real da grandeza é conhecido, pode-se fazer uma análise dos erros em relação ao valor verdadeiro. Neste caso chamamos a diferença entre o valor de cada observação e o valor real de erro verdadeiro.

$$\text{Valor Real} = \text{observação} + \text{erro verdadeiro}$$

**Exemplo:** Seja o conjunto abaixo de medições de uma determinada distância. Determinar os erros residuais e os erros verdadeiros, considerando que o valor real da distância é 203,44 m.

<b>Valor da Observação (m)</b>
203,45
203,44
203,41
203,40
203,46

Determinação do valor médio:

$$\text{Valor Médio} = \frac{203,45 + 203,44 + 203,41 + 203,40 + 203,46}{5} = 203,43 \text{ m}$$

Determinação dos erros:

Valor da Observação (m)	Erro Residual (m)	Erro Verdadeiro (m)
203,45	0,02	0,01
203,44	0,01	0,00
203,41	-0,02	-0,03
203,40	-0,03	-0,04
203,46	0,03	0,02

### 10.2 - Resolução, Precisão e Exatidão

Tratando-se de Topografia, muitas vezes fala-se em precisão, exatidão e resolução como sinônimos, quando na verdade são três conceitos distintos. É importante que o aluno tenha pleno conhecimento de seus significados, para que, ao longo da vida profissional, não cometa enganos ao designar ou interpretar essas grandezas.

A **resolução** é a menor parte que pode ser identificada quando está se fazendo a leitura de uma medida. Na Figura 10.1, por exemplo, o alvo 1 possui uma resolução de 20 unidades, ou seja, está dividido de 20 em 20 unidades. O alvo 2 possui uma resolução de 10 unidades, pois está dividido em intervalos de 10 unidades.

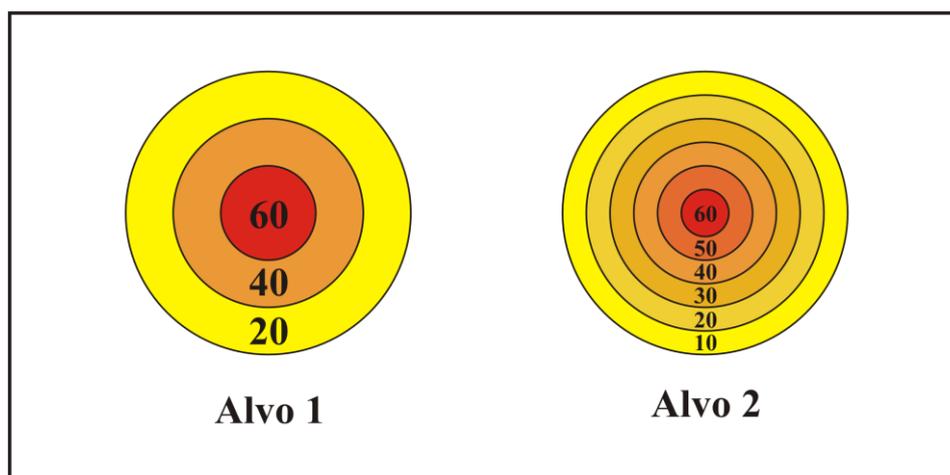
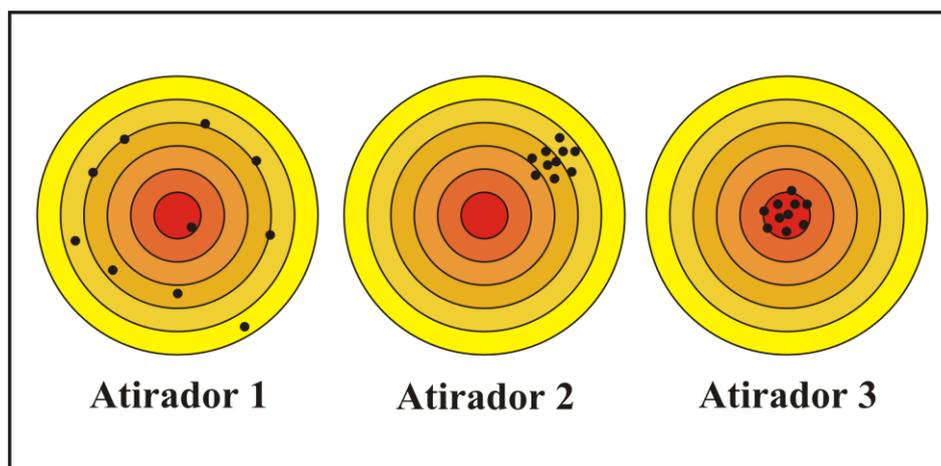


Figura 10.1

A **precisão** é o grau de requinte, ou confiabilidade, de um procedimento para determinação de uma grandeza qualquer. A precisão está ligada à confiabilidade do processo de medição, e não da medida. Por exemplo, é possível que uma série de observações tenha uma precisão alta, pois fornece medidas com desvio muito baixo entre si, porém resulta em um valor muito diferente do valor verdadeiro. A precisão de uma série de observações geralmente é representada pelo desvio-padrão em relação ao valor médio.

A **exatidão** ou **acurácia** é o grau de requinte, ou confiabilidade, do valor determinado para uma grandeza por meio de um procedimento qualquer. Está ligada à confiabilidade da medida obtida, e não do processo de medição utilizado. A exatidão de uma medida é obtida comparando-a com o valor verdadeiro, independentemente da precisão do processo de medição. A exatidão de uma série de observações geralmente é representada pelo desvio-padrão em relação ao valor real.

Tomemos como exemplo três atiradores que tentam acertar um mesmo alvo no seu centro, mas conseguem resultados distintos, como mostra a Figura 10.2:



**Figura 10.2**

O atirador 1 não consegue realizar disparos com boa precisão, pois acerta o alvo em pontos distantes uns dos outros. Este atirador também não possui boa acurácia em seus tiros, pois acerta o alvo em pontos distantes do centro.

O atirador 2 consegue realizar disparos com boa precisão, pois, ao contrário do primeiro atirador, atinge pontos no alvo muito próximos entre si. Entretanto este atirador também não consegue uma boa acurácia, já que acerta pontos distantes do centro do alvo.

O atirador 3 realiza disparos com boa acurácia e precisão, pois os lugares em que acerta, além de muito próximos entre si, estão próximos do centro do alvo.

Note que, apesar das marcações do alvo servirem de referência para essa avaliação, elas não influem no resultado, ou seja, a precisão e a resolução são funções apenas do comportamento do conjunto de

disparos. Na Topografia ocorre de maneira similar, ou seja, a precisão e a resolução de uma medida são funções apenas do comportamento de um conjunto de observações, e não da resolução do instrumento.

### 10.3 - O Desvio-padrão como indicador de Precisão

Usualmente utiliza-se o desvio padrão como parâmetro de precisão em Topografia. É importante enfatizar que o desvio-padrão pode ser calculado em relação ao valor real ou valor médio, sendo que para cada caso são utilizadas equações diferentes. O desvio-padrão geralmente é representado pela letra grega  $\sigma$ .

O desvio-padrão em relação a um valor médio é calculado com a seguinte equação:

$$\sigma = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n e_r^2}{n-1}}$$

onde:

$\sigma$  = desvio-padrão

$e_r$  = erro residual

$n$  = número de observações

O desvio-padrão em relação a um valor real é calculado com a seguinte equação:

$$\sigma = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n e_v^2}{n}}$$

onde:

$\sigma$  = desvio-padrão

$e_v$  = erro verdadeiro

$n$  = número de observações

### 10.4 - Os Equipamentos de Medição e suas Precisasões

Os equipamentos de mensuração executam suas medições com uma determinada precisão. Tanto nas medidas de ângulos como de distância, é importante que se conheça qual é a precisão do aparelho, para que posteriormente se faça um tratamento adequado dos erros instrumentais.

Geralmente os fabricantes informam qual é a precisão de seus instrumentos, mas é necessário tomar precauções para que se confunda a precisão com a resolução do aparelho.

Os valores para precisão de aparelhos são obtidos por meio da repetibilidade de medições, ou seja, o desvio-padrão esperado para um conjunto de observações é um valor próximo do valor da precisão do instrumento.

É importante que se conheça a precisão do aparelho, pois se num processo de medições os desvios forem muito maiores do que o seu valor, é provável que esteja ocorrendo algum tipo de erro grosseiro.

#### 10.4.1 - Precisão na Medição de Distâncias

De acordo com a NBR 13133, o desvio-padrão (ou a precisão) das distâncias medidas pelos medidores eletrônicos de distâncias, fornecido pelos fabricantes, deve ser resultante de duas componentes. Uma constante e outra variável, sendo esta última um número de milionésimas partes da unidade de medida observada.

Assim, a precisão da medição de distância é composta por uma componente fixa, que independe da medida, e uma outra parte que depende da medida, sendo apresentada da seguinte forma:

$$\sigma = \pm (A \text{ mm} + B \text{ ppm})$$

onde:

A = erro independente da distância, em mm;

B = erro dependente da distância, em partes por milhão (ou mm/km)

Os MED são classificados pela norma de acordo com o desvio-padrão da medição da distância (Tabela 10.1).

**Tabela 10.1**

Classes de MED	Desvio-padrão (precisão) linear
Precisão baixa	$\pm (10 \text{ mm} + 10 \text{ ppm})$
Precisão média	$\pm (5 \text{ mm} + 5 \text{ ppm})$
Precisão alta	$\pm (3 \text{ mm} + 2 \text{ ppm})$

**Exemplo:** Determinar a precisão de uma medida de distância realizada por um distanciômetro de precisão (5 mm + 5 ppm), cujo valor obtido foi 412,32 m.

$$\sigma = 5 + 5 \times 0,41232 = 5 + 2,06$$

$$\sigma \cong \pm 7 \text{ mm}$$

### 10.4.2 - Precisão na Medição de Ângulos

A precisão dos aparelhos para a medição de ângulos é representada apenas por um valor absoluto, que independe do valor da medida, e é geralmente expresso em segundos.

Os teodolitos são classificados pela norma de acordo com o desvio-padrão de uma direção observada em duas posições da luneta (Tabela 10.2).

**Tabela 10.2**

Classes de teodolitos	Desvio-padrão (precisão) angular
Precisão baixa	$\leq \pm 30''$
Precisão média	$\leq \pm 07''$
Precisão alta	$\leq \pm 02''$

Caso o fabricante não forneça a precisão angular do teodolito (ou estação total), esta deve ser determinada por entidades oficiais e/ou universidades, em bases apropriadas.

**Exemplo:** A precisão angular de um aparelho é de  $5''$ . Qual será a precisão de uma medida de  $32^\circ 45' 25''$  realizada por esse instrumento?

Como a precisão angular não depende da medida, a precisão será de  $5''$ .

### 10.4.3 - Precisão na Medição com Níveis

A precisão dos níveis para a medição de diferenças de nível é representada apenas por um valor absoluto, que não depende do valor da diferença de nível, mas depende da extensão da linha de levantamento. Seu valor é geralmente expresso em milímetros por quilômetro. É importante observar que este valor é válido para nivelamento e contranivelamento, portanto cada quilômetro equivale a dois quilômetros de nivelamento simples.

Os níveis são classificados pela norma de acordo com o desvio-padrão de 1 km de duplo nivelamento (Tabela 2-9).

**Tabela 3**

Classes de níveis	Desvio-padrão (precisão)
Precisão baixa	$\geq \pm 10 \text{ mm/km}$
Precisão média	$\leq \pm 10 \text{ mm/km}$
Precisão alta	$\leq \pm 3 \text{ mm/km}$
Precisão muito alta	$\leq \pm 1 \text{ mm/km}$

**Exemplo:** A precisão de um determinado nível é de 10 mm/km. Qual é a precisão instrumental esperada para um nivelamento simples com extensão de 5 km?

10 mm/km para nivelamento e contranivelamento equivalem a 5 mm/km para nivelamento simples.

$$5 \text{ km} \times 5 \text{ mm} / \text{km} = 25 \text{ mm}$$

A precisão instrumental esperada é de 25 mm.

#### 10.4.4 - Precisão nas Medições com Estação Total

As estações totais são classificadas pela norma de maneira similar aos teodolitos e aos MED, conforme a tabela 4-9.

Classes de estações totais	Desvio-padrão (precisão) angular	Desvio-padrão (precisão) linear
Precisão baixa	$\leq \pm 30''$	$\pm (5 \text{ mm} + 10 \text{ ppm})$
Precisão média	$\leq \pm 07''$	$\pm (5 \text{ mm} + 5 \text{ ppm})$
Precisão alta	$\leq \pm 02''$	$\pm (3 \text{ mm} + 3 \text{ ppm})$

Esses instrumentos devem ser calibrados, no máximo, a cada dois anos, por meio de testes realizados em entidades oficiais e/ou universidades, sob bases multipilares, de concreto, estáveis, com centragem forçada e com expedição do certificado de calibração.

#### 10.4.5 - Instrumental Auxiliar

É previsto pela norma a utilização dos seguintes instrumentos auxiliares para a execução de operações topográficas: balizas, prumos esféricos, trenas, miras, prismas, termômetro, barômetro, psicômetro, dinamômetro, sapatas e pára-sol.

Todos estes instrumentos devem estar sempre sendo verificados quanto à sua calibração, principalmente antes de serviços de longa duração. Ao utilizar esses instrumentos, devem ser tomados alguns cuidados, tais como:

- verificar sempre se a ponteira da baliza é coincidente com o ponto topográfico;
- manter o máximo possível a bolha do prumo esférico na posição ideal (centro do prumo), de forma a coincidir a baliza, mira ou bastão com a vertical local;
- quando utilizada a trena, verificá-la comparando-a com outra aferida (padrão) e executar as correções necessárias às medidas;

- a mira adequada para o transporte de cotas, nivelamento de linhas e seções é de madeira, do tipo dobrável, devendo esta ser aferida sempre que possível. É também recomendável para esses fins a mira de invar (liga de aço com coeficiente de dilatação muito pequeno e constante);
- quando utilizados prismas para medições eletrônicas, verificar sempre os coeficientes para a correção das medidas de distâncias;
- no transporte de altitude ou de cota, deve ser utilizada a sapata, possuindo esta o peso adequado à sua utilização;
- verificar as condições meteorológicas locais (temperatura, pressão...), para que sejam efetuadas as devidas correções das medidas de distâncias.

Na tentativa de minimizar o valor desses erros, utilizam-se geralmente observações superabundantes, ou seja, faz-se um número de observações maior do que o necessário para a determinação de uma certa grandeza. Sendo assim, é preciso fazer um ajustamento das observações para chegar a um único resultado, considerada a melhor solução.

### **10.5. Referências bibliográficas:**

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1994). *NBR 13.133: Execução de levantamento topográfico*. Rio de Janeiro.
- DRACUP, Joseph F. (1996). Some notes on adjustments, and accuracies directed to managers. *Surveying and Land Information Systems*, v.56, n.1, p.13-26.
- GEMAEL, C. (1994). *Introdução ao Ajustamento de Observações: aplicações geodésicas*, editora da Universidade Federal do Paraná - UFPR, Curitiba - PR.
- HAZAY, I. (1970). *Adjusting Calculations in Surveying*, Akadémiai Kiadó, Budapest.
- MIKAIL, E.M.; ACKERMANN, F. (1976). *Observation and least squares*; IEP\_A Dun-Donnelley Publisher, New York.
- MIKAIL, E.M.; GRACIE, G. (1981). *Analysis and adjustment of survey measurements*; Van Nostrand Reinold, New York.
- PACILÉO NETTO, Nicola (1989). “Aplicações da teoria dos erros na topografia”. Apostila editada pelo PTR - Depto. de Eng<sup>a</sup> de Transportes da EPUSP.

SPIEGEL, M.R. (1993). Estatística. Trad. João Consentino. 3.ed. São Paulo: Makron Books. 643p.

VUOLO, J.H. (1992). *Fundamentos da teoria de erros*. 1ed. São Paulo: Edgard Blücher. 225p.

=====